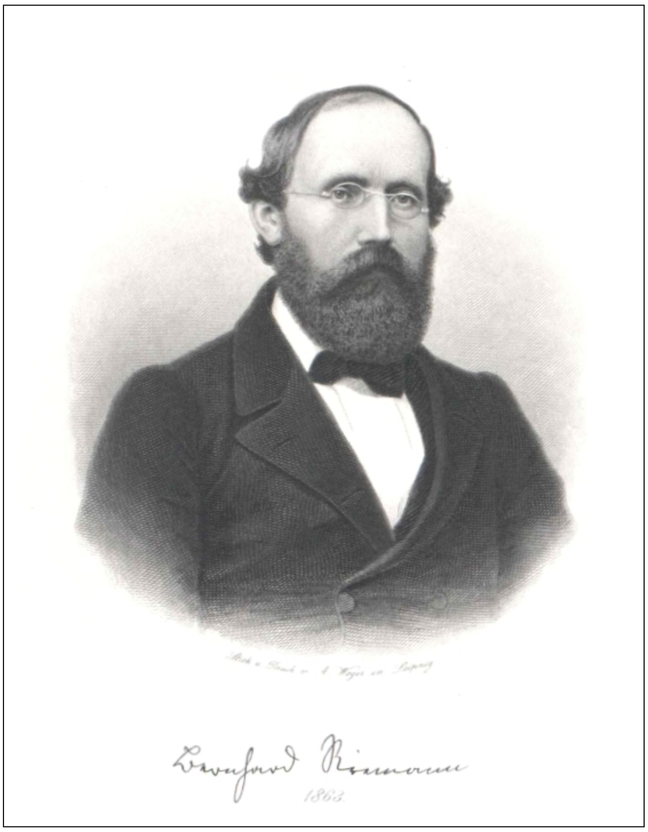
Übungsaufgaben zur Vorlesung *Panorama der Mathematik*

Dr. Moritz Firsching

Sommersemester 2017

Blatt 11 Donnerstag, 4.V.2017



Bernhard Riemann in einem Stich von August Weger, 1863

Aufgabe 34 (Funktionen die Primzahlen erzeugen)

(i) Wir betrachten die Funktion $f(n) = n^2 - n + 41$ für $n \in \mathbb{N}$. Beweise oder widerlege: $f(n)$ ist prim für alle $n \in \mathbb{N}$.

(ii) Der Satz von Wilson besagt: n ist genau dann eine Primzahl, wenn $(n-1)! + 1$ durch n teilbar ist, das heißt wenn gilt:

$$n - 1 = (n-1)! \pmod{n}.$$

Wir betrachten die Funktion

$$g(n) = \left\lfloor \frac{(n-1)! \pmod{n}}{n-1} \right\rfloor (n-2) + 2$$

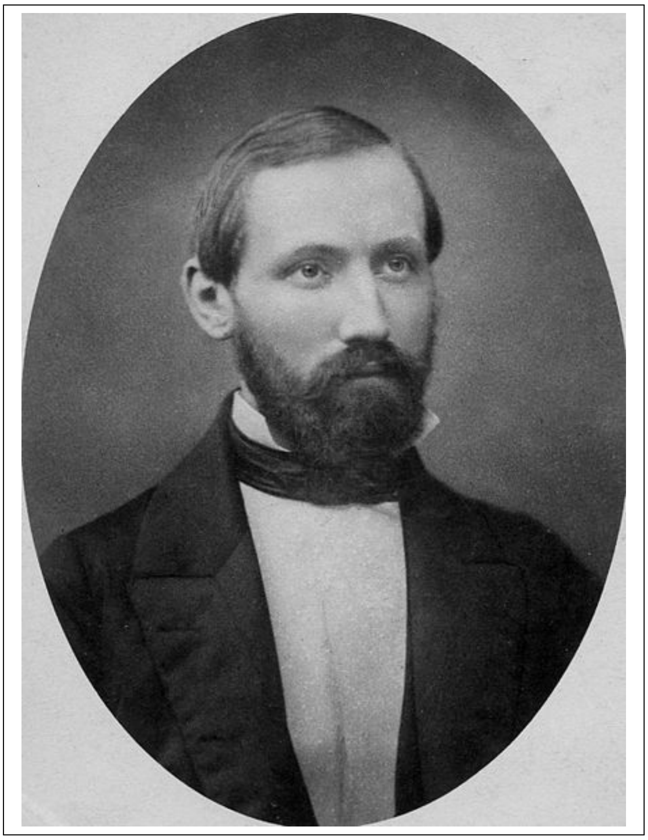
für $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass $g(n)$ prim für alle $n \in \mathbb{N}$ und dass g surjektiv auf die Primzahlen abbildet.

Aufgabe 35 (eindeutige Primfaktorenzerlegung)

Es seien a und b zwei natürliche Zahlen.

1. Zeigen Sie: $\max(a, b) + \min(a, b) = a + b$.
2. Zeigen Sie: $\mathrm{ggT}(a, b) \cdot \mathrm{kgV}(a, b) = a \cdot b$.

Aufgabe 36 Geben Sie einen Algorithmus in Pseudecode der entscheidet, ob eine gegebene Zahl n prim ist.



Bernhard Riemann etwa 1850